INFLUENCIA DE LA PROPORCIÓN ÁUREA EN EL COMPORTAMIENTO ESTRUCTURAL DE EDIFICIOS HISTÓRICOS DE TIPO RELIGIOSO, EN LA CIUDAD DE MORELIA, MICHOACÁN

Marisela Zavala Cornejo[1], Leslie Edith Alejo Guerra[1], Guillermo Martínez Ruiz[2], Rafael Rojas Rojas[2]

RESUMEN

En el presente artículo se estudia el comportamiento estructural de trece estructuras de tipo religioso ubicadas en el centro histórico de la ciudad de Morelia, las cuales fueron modificadas geométricamente siguiendo la Proporción Áurea. Los templos fueron caracterizados mediante dos macroelementos, uno transversal y otro longitudinal los cuales fueron analizados empleando análisis temporales no lineales para once registros sísmicos, escalados a la aceleración máxima del terreno para un periodo de retorno de 475 años. Finalmente se establecieron grados e índices de daño para cada caso y se estudió la influencia de la Proporción Dorada en el comportamiento sísmico de las edificaciones.

ABSTRACT

In this paper the structural behavior of thirteen religious structures built in the historical downtown of the city of Morelia, which were modified geometrically following the Golden Ratio is studied. The churches were characterized by macroelements in the transversal and longitudinal sections of the building which were analyzed using eleven seismic records and nonlinear analysis. In all cases the seismic records were scaled for the maximum ground acceleration expected on site for return a period of 475 years. Finally damage degrees and damage index for each case were established and the influence of the Golden ratio or Divine Proportion over the original structures was analyzed.

INTRODUCCIÓN

El patrimonio cultural mexicano consta de cerca de ochenta y cinco mil edificios, de los cuales alrededor de seis mil se encuentran en el estado de Michoacán y aproximadamente mil ciento trece monumentos en el centro histórico de la ciudad de Morelia, cifra que respalda la gran riqueza monumental que tiene esta ciudad, lo cual le ha valido el reconocimiento de la UNESCO como ciudad Patrimonio de la Humanidad, distinción que mantiene desde el año de 1991. Sin embargo se cuenta con muy poca información sobre el comportamiento estructural de este tipo de construcciones de cara a la realización de diagnósticos correctos para fines de intervención.

Por lo anterior dentro del contexto multidisciplinario que implica el correcto estudio, conservación, restauración y rehabilitación de estos inmuebles, la parte correspondiente a la ingeniería sísmica y estructural representa un reto muy particular, ya que por su importancia y gran valor cultural existe el firme propósito de procurar la permanencia del patrimonio en el tiempo pese a la gran presencia de éstas acciones. De ahí la relevancia en encaminar estudios que contribuyan en la identificación de daños ocultos bajo intervenciones de tipo cosmético, buscando ser siempre respetuosos con su historia y concepción original apoyados en bases científicas rigurosas.

La ciudad de Morelia se encuentra ubicada en una zona de alta sismicidad puesto que la costa de Michoacán forma parte del cinturón de fuego de Pacifico. Esta ciudad se localiza aproximadamente a 340 kilómetros de la zona de subducción de la costa del Pacífico debido a lo cual sufre sismos de tipo local y normal; principalmente éstos últimos, aunque suelen tener distancias hipocentrales intermedias históricamente han evidenciado un carácter altamente destructivo, un ejemplo claro es el terremoto del 19 de junio de 1858 que colapsó construcciones dentro del Estado y fuera del mismo, además de producir daños en estructuras de tipo religioso tales como la catedral de Morelia (García y Suarez, 1996), situación que no se ha vuelto a presentar en los sismos recientes

[1] Estudiante de la Maestría en Estructuras, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Ciudad Universitaria, Francisco J. Mújica S/N, Col. Molino de Parras, 58040 Morelia, Mich. Teléfono: (443) 304-1002; mary_z12@hotmail.com, lesly_edith@yahoo.com.mx

[2] Profesor Investigador, Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo. Ciudad Universitaria, Francisco J. Mújica S/N, Col. Molino de Parras, 58040 Morelia, Mich. Teléfono: (443) 304-1002; guillermo.mtzruiz@gmail.com, rojasrrafael@gmail.com

El presente artículo es motivado por el gran número de edificaciones que existen en esta ciudad, y forma parte de una serie de trabajos encaminados a conocer de forma más precisa el comportamiento esperado de este tipo de construcciones de mampostería sin reforzar ante futuras acciones sísmicas, con la finalidad de colaborar en el mejor conocimiento de nuestro patrimonio mexicano.

DEFINICIÓN DE LA DEMANDA SÍSMICA

Se utilizaron once registros sísmicos de los cuales diez son reales y fueron escalados a la aceleración máxima esperada del terreno en el sitio, así como un registro artificial compatible con el espectro del sitio; dichos parámetros se obtuvieron a partir de un estudio probabilista de peligro sísmico realizado para el sitio, el cual arroja un valor máximo probable para la aceleración pico del terreno de 1.6 m/s^2 para periodo de retorno de 475 años. Los registros sísmicos fueron seleccionados de la Base Mexicana de Datos de Sismos Fuertes tomando como criterio una respuesta espectral máxima ligada a las altas frecuencias, debido a que se ha observado que estos sismos son los suelen afectar a estructuras de mampostería sin reforzar. Así mismo se ha visto que este tipo de construcciones suelen fallar por regiones conformadas por grandes bloques y no de manera global, por lo que los macroelementos con periodos cortos tienden a sufrir las mayores demandas de energía.

En la tabla 1 se muestran las características de los sismos considerados. Cabe señalar que dos de los registros involucrados fueron obtenidos localmente, uno en la estación ubicada en suelo firme de Ciudad Universitaria de la Universidad Michoacana de San Nicolás de Hidalgo, y el otro sobre terreno firme de la Universidad Vasco de Quiroga de Morelia, zonas con gran similitud con el terreno del centro histórico de la ciudad y a unos cuantos cientos metros de este último.

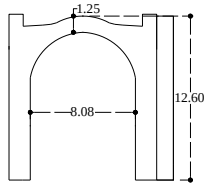
Tabla 1 Demanda sísmica considerada

Nombre	Fecha	Dirección	Dt (seg)	PGA (m/s^2)	Magnitud	Estación	Tipo
10D94	10-12-94	N-S	0.005	0.17339	6.3	Chilpancingo	Real
14995	14-09-95	E-O	0.005	0.46609	7.3	Chilpancingo	Real
15796	15-07-96	N-S	0.005	0.21080	6.5	Chilpancingo	Real
21103	21-01-03	N-S	0.005	0.182	7.6	Chilpancingo	Real
25498	25-04-98	N-S	0.005	0.10546	5.2	Gutiérrez	Real
AC020996	02-09-96	N-W	0.01	0.0701	-	Acapulco	Real
AC310393	31-03-93	S-O	0.01	0.046	5.0	Acapulco	Real
CU110197	11-01-97	E-O	0.01	1.186	6.9	Cu UMSNH	Real
PU150699	15-06-99	E-O	0.01	1.991	6.5	Puebla	Real
UV200498	20-04-98	E-O	0.005	0.075	5.9	UVAQ	Real
CATE475	-	-	0.01	1.6	-	-	Artificial

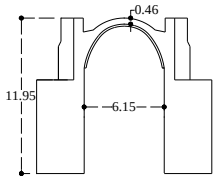
Es importante mencionar que para fines de prácticos la duración de los registros se redujo para considerar únicamente la fase intensa de cada uno de ellos. Como se puede observar en la tabla anterior, el sismo de Tehuacán, Puebla del 15 de junio de 1999 tiene una aceleración máxima del terreno de 1.991 m/s^2, la cual es superior a la aceleración probabilista máxima esperada, por lo que se decidió dejar este registro con sus valores originales.

GENERACIÓN DE MACROELEMENTOS ÁUREOS

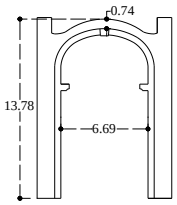
Para las geometrías reales y las modificadas con la proporción áurea se ha empleado un modelado bidimensional para el análisis de los macroelementos elegidos, los cuales corresponden a la sección transversal y longitudinal de las naves de los trece edificios patrimoniales de carácter religioso que se muestran en las figuras 1 a 4. Estas construcciones están ubicadas en terreno firme del centro histórico de la ciudad de Morelia. Para la definición de los macroelementos se consideraron las zonas más vulnerables de cada caso en estudio, empleando el criterio de que se presentarán los mayores estados de esfuerzos donde se encuentra la mayor rigidez lateral.



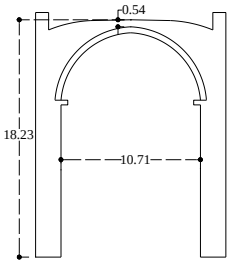
(a) Templo de Capuchinas (1734)



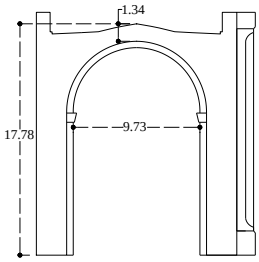
(b) Templo de la Cruz (1680)



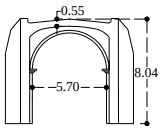
(c) Templo de la Merced (1736)



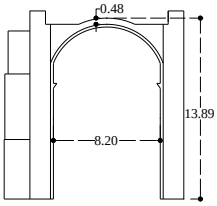
(d) Templo franciscano de San Buenaventura (1585)



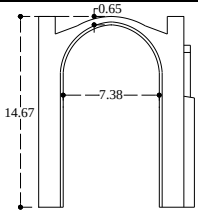
(e) Templo de San José (1760)



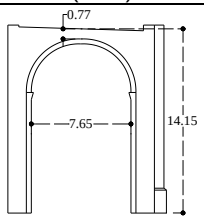
(f) Templo de San Juan Bautista (1696)



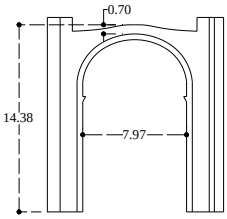
(g) Templo de San Francisco Javier (1660)



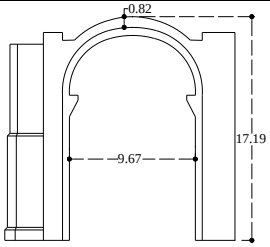
(h) Templo del Carmen (1596)



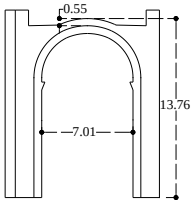
(i) Templo de las Monjas (1732)



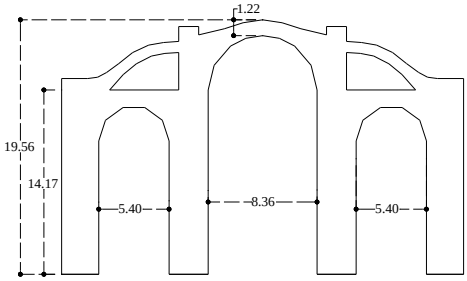
(j) Templo Santa Rosa de Lima (1757)



(k) Templo de San Agustín (1550)

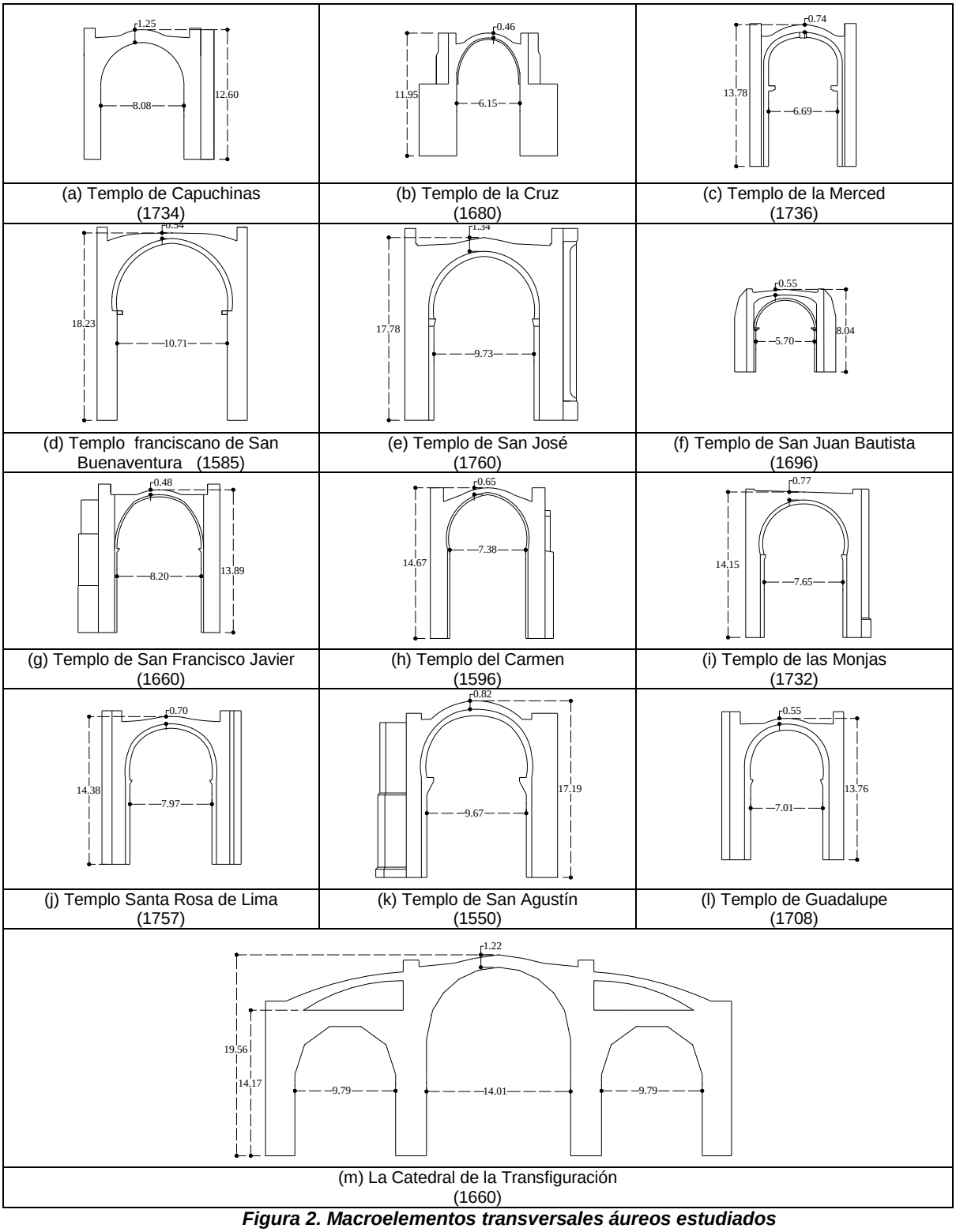


(l) Templo de Guadalupe (1708)



(m) La Catedral de la Transfiguración (1660)

Figura 1. Macroelementos transversales reales estudiados



(a) Templo de Capuchinas (1734)

(b) Templo de la Cruz (1680)

(c) Templo de la Merced (1736)

(d) Templo franciscano de San Buenaventura (1585)

(e) Templo de San José (1760)

(f) Templo de San Juan Bautista (1696)

(g) Templo de San Francisco Javier (1660)

(h) Templo del Carmen (1596)

(i) Templo de las Monjas (1732)

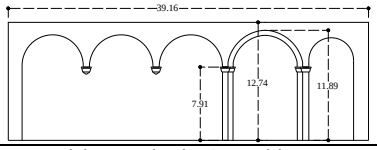
(j) Templo Santa Rosa de Lima (1757)

(k) Templo de San Agustín (1550)

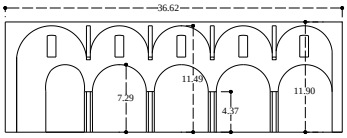
(l) Templo de Guadalupe (1708)

(m) La Catedral de la Transfiguración (1660)

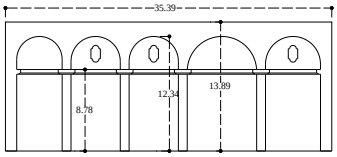
Figura 2. Macroelementos transversales áureos estudiados



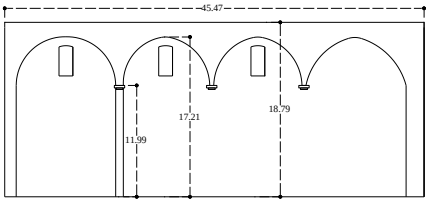
(a) Templo de Capuchinas
(1734)



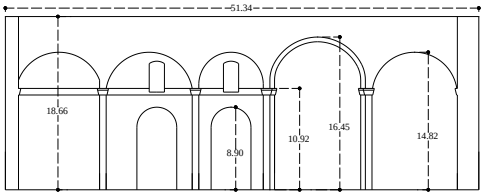
(b) Templo de la Cruz
(1680)



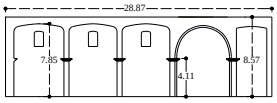
(c) Templo de la Merced
(1736)



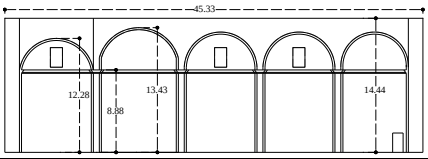
(d) Templo franciscano de San Buenaventura
(1585)



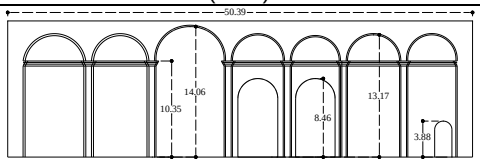
(e) Templo de San José
(1760)



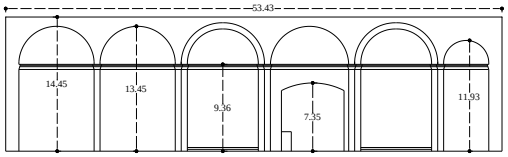
(f) Templo de San Juan Bautista
(1696)



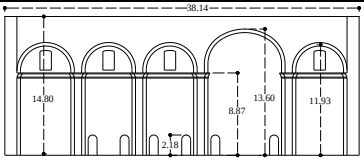
(g) Templo de San Francisco Javier
(1660)



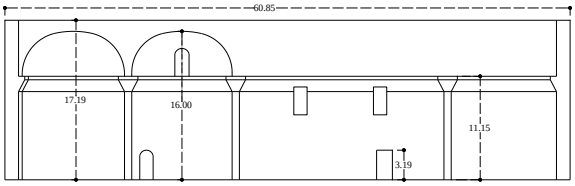
(h) Templo del Carmen
(1596)



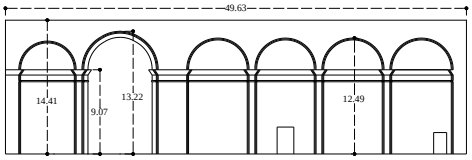
(i) Templo de las Monjas
(1732)



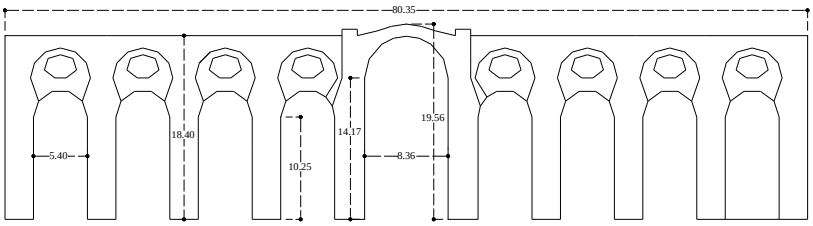
(j) Templo Santa Rosa de Lima
(1757)



(k) Templo de San Agustín
(1550)



(l) Templo de Guadalupe
(1708)



(m) La Catedral de la Transfiguración
(1660)

Figura 3. Macroelementos longitudinales reales estudiados

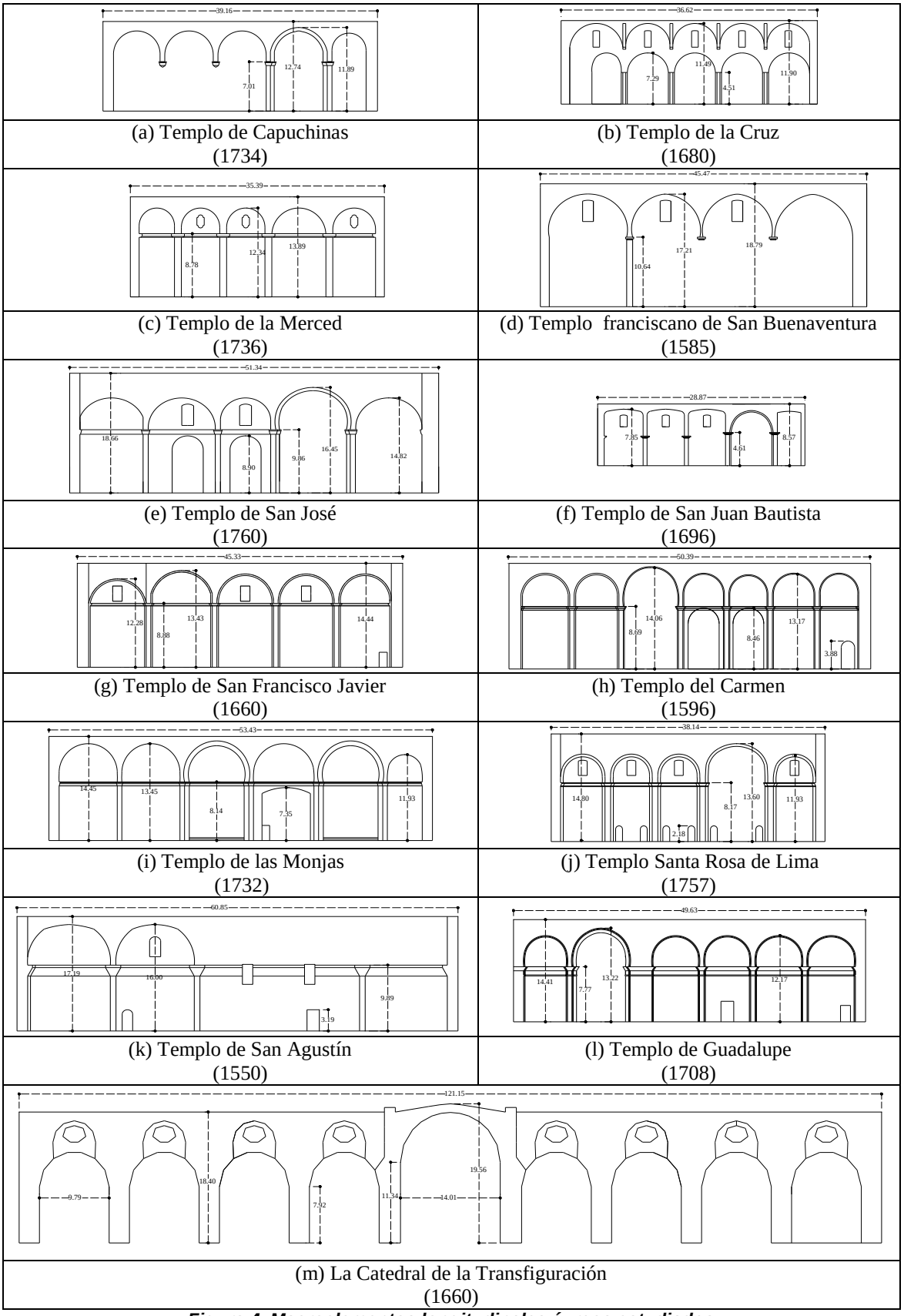


Figura 4. Macroelementos longitudinales áureos estudiados

Se observa que la mayoría de las secciones transversales reales están provistas de contrafuertes siendo estas las seleccionadas como macroelementos de trabajo; sin embargo, existen algunas secciones transversales en las que los contrafuertes no se presentan como es el caso del templo de la Merced, el templo franciscano de San Buenaventura y la Catedral. La mayor parte de este tipo de edificaciones corresponden a sistemas de tipo conventual donde el claustro se encuentra adosado a los templos, situación que no se consideró en la presente etapa de la investigación y que puede afectar el comportamiento sísmico global del sistema, al incorporarse la rigidez de los claustros bajo y alto a la respuesta. Sin embargo y con respaldo en el criterio de macroelemento (Doglioni y otros, 1994) el estudiar de manera aislada los templos proporciona una idea razonable del comportamiento esperado de los mismos.

Para la generación de las secciones con la proporción áurea se dejó como parámetro fijo la altura puesto que se busca que la masa del edificio sea lo más parecida posible a la sección real, por lo que se modificó la flecha de los arcos y la altura de muros y contrafuertes como se muestra en la figura 5, es importante señalar que la Catedral también fue modificada en la longitud de los macroelementos. El número áureo ó Proporción Dorada se denota también con la letra φ (phi) y una manera de definirlo es mediante la ec. 1, donde la letra "a" representa la altura al intradós, la letra "b" corresponde a la altura donde se localiza el arranque del arco y la letra "c" la flecha del arco (figura 5).

$$\phi = \frac{a}{b} = \frac{c}{b} = 0.6180339887... \tag{1}$$

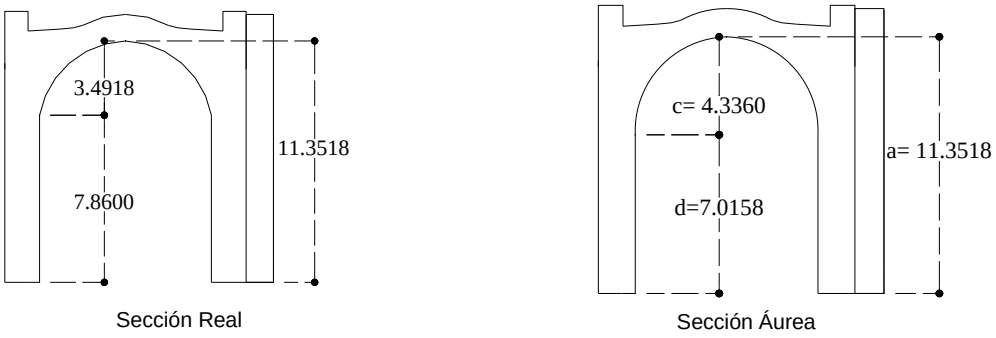


Figura 5. Generación de secciones áureas

El método de análisis estructural elegido fue el de los Elementos Rígidos (Casolo y Peña, 2007), (Peña, 2010) el cual es una simplificación adecuada para el análisis lineal y no lineal de estructuras de mampostería sin reforzar, al considerar que los elementos tienen una dinámica de cuerpo rígido con dos desplazamientos traslacionales y uno rotacional, y las uniones entre los mismo son modeladas por medio de resortes no lineales.

El mallado propuesto para cada uno de los macroelementos se basó en la geometría de cada sección estudiada y buscando que fuera lo más regular posible, a su vez los valores de espesores proporcionados fueron obtenidos en el sitio. Es importante mencionar que no se incluyó el efecto de rigidización proporcionada por las bóvedas ni las zonas de coro. Las propiedades mecánicas utilizadas se muestran en la tabla 2.

Tabla 2. Propiedades mecánicas utilizadas

	Módulo de Elasticidad (MPa)	Módulo de Poisson	Densidad (Kg/m3)
Cantera	1000	0.2	1800
Relleno	500	0.2	1600

RESPUESTA DINAMICA

Análisis temporal no lineal

Para realizar los análisis no lineales en el tiempo de los macroelementos se hizo uso del programa RIGID v0.4.1 (Peña, 2010) se usaron los once registros sísmicos de los cuales solamente se consideró la componente horizontal y como ya se mencionó fueron escalados en su mayoría a la aceleración máxima del terreno asociada a un periodo de retorno de 475 años; sin embargo es importante mencionar que en varios de los macreoelementos en estudio se tuvo reducir ligeramente la aceleración máxima del registro sísmico debido a la ocurrencia de falla por compresión en los apoyos.

Cabe señalar que se tuvo que realizar un análisis estático no lineal de empuje incremental para cada macroelemento, esto debido a la necesidad de contar con el desplazamiento a la falla bajo carga monotónica para la obtención de los índices de daño.

Del programa anterior se obtuvieron desplazamientos laterales, energía disipada, capacidad de carga y los grados de daño. Con los parámetros anteriores se estimaron índices de daño para cada macroelemento siguiendo el criterio propuesto por Ang y Wen (Park y otros, 1987), el cual menciona que el comportamiento al fallo de la mampostería es principalmente frágil, lo cual significa que un indicador daño puede ser la deformación máxima. Sin embargo los ensayos efectuados bajo cargas cíclicas muestran que después de aplicar varios ciclos los muros encontraban su fallo total, lo cual quiere decir que otro indicador de daño puede ser la disipación de energía; basado en lo anterior los autores mencionados propusieron la ec. 2 para calcular el índice de daño de la mampostería sin reforzar tomando como indicador de daño la disipación de energía.

$$D = \frac{U_m}{U_f} + \frac{\varepsilon}{q_u * U_f} \int dE \qquad (2)$$

Donde Um es el desplazamiento máximo, ∫dE es la energía total disipada, Uf es el desplazamiento a la falla bajo carga monotónica, qu es la capacidad de carga última y ε es un parámetro experimental con valor de 0.075.

Teniendo ya los índices y grados de daño para cada macroelemento con los diferentes registros sísmicos se compara y observa si tienen alguna relación entre sí, así mismo se confrontan las secciones reales contra las Áureas donde se observa con mayor claridad si la proporción áurea favorece el comportamiento de este tipo de estructuras (figuras 6 y 7) donde se muestra el grado de daño de la estructura gráficamente y el índice de daño de la misma con el sismo que le causo mayor daño; el índice de daño se localiza como un número en la parte inferior del grado de daño de cada sección en las figuras 6 y 7.

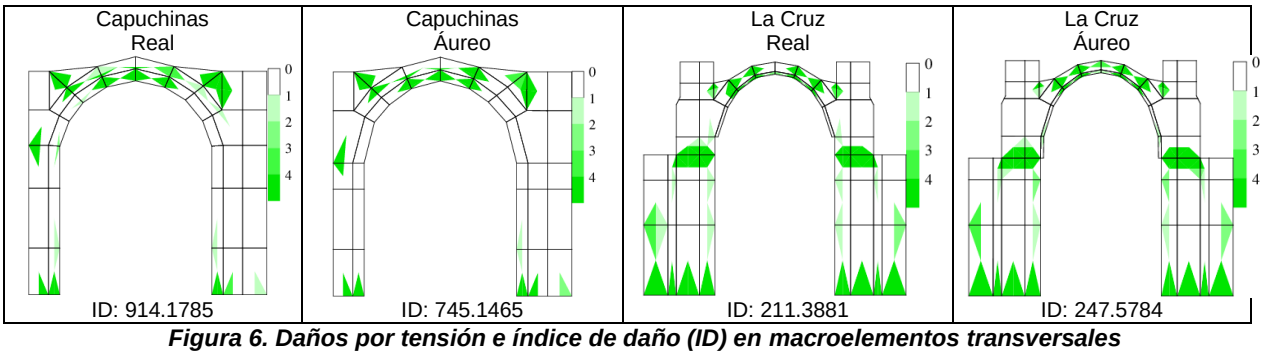


Figura 6. Daños por tensión e índice de daño (ID) en macroelementos transversales

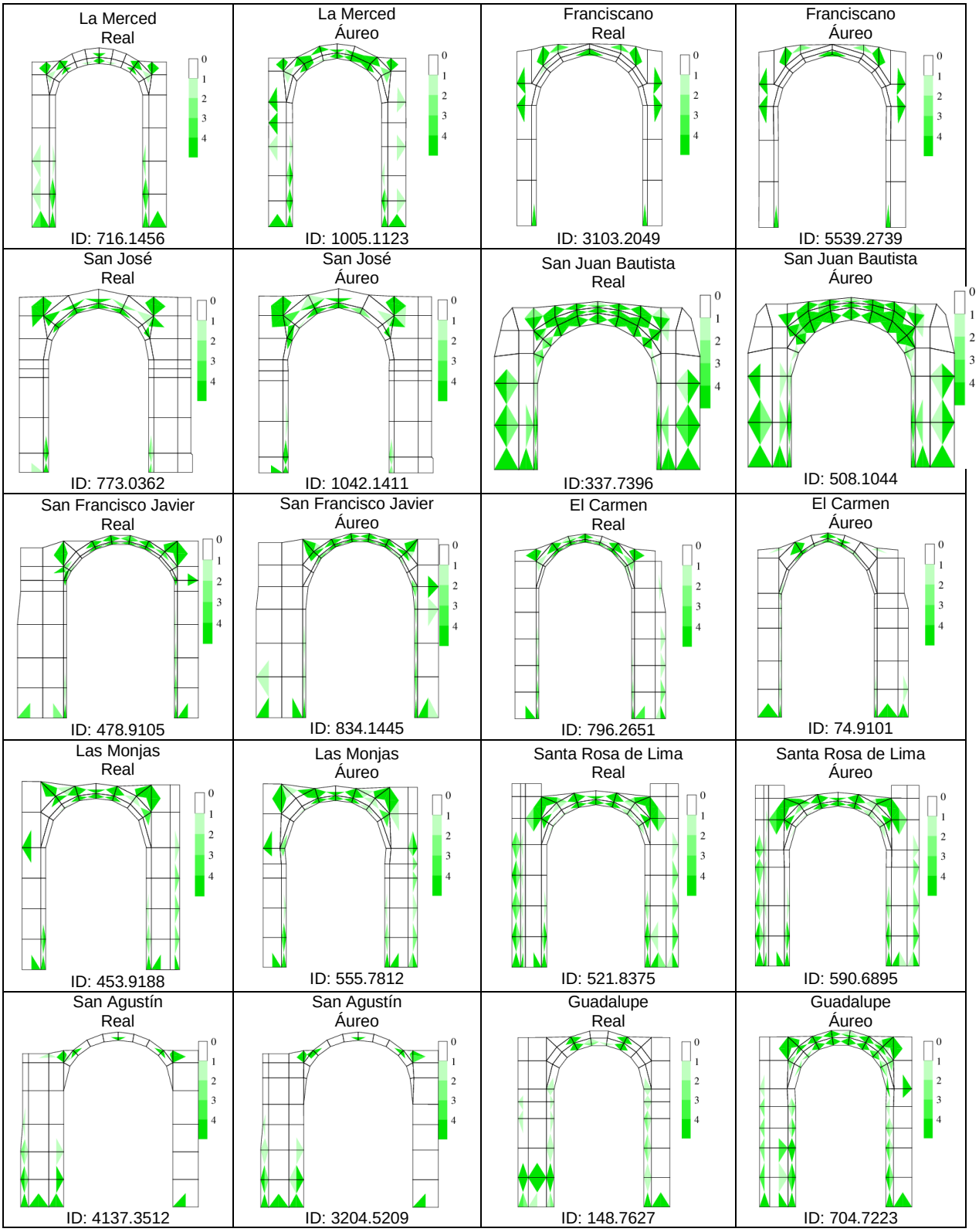


Figura 6. Daños por tensión e índice de daño (ID) en macroelementos transversales (continuación)

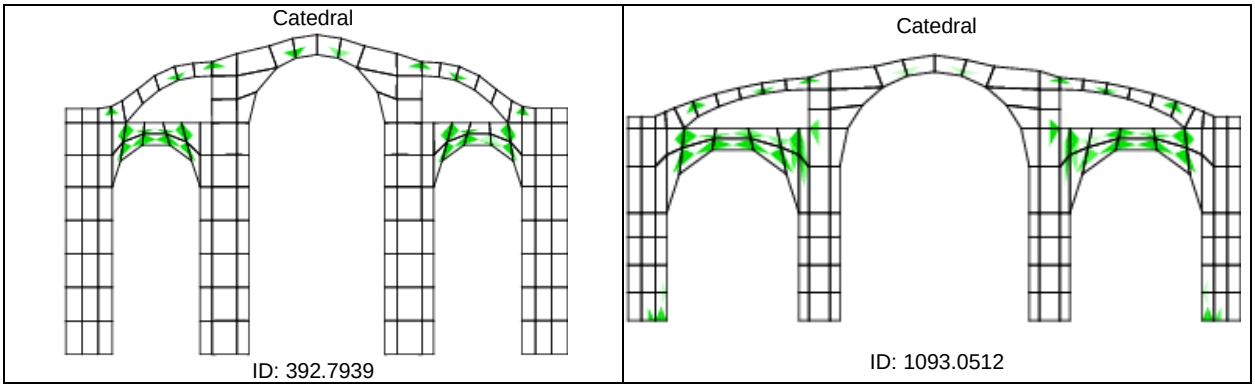


Figura 6. Daños por tensión e índice de daño (ID) en macroelementos transversales (continuación)

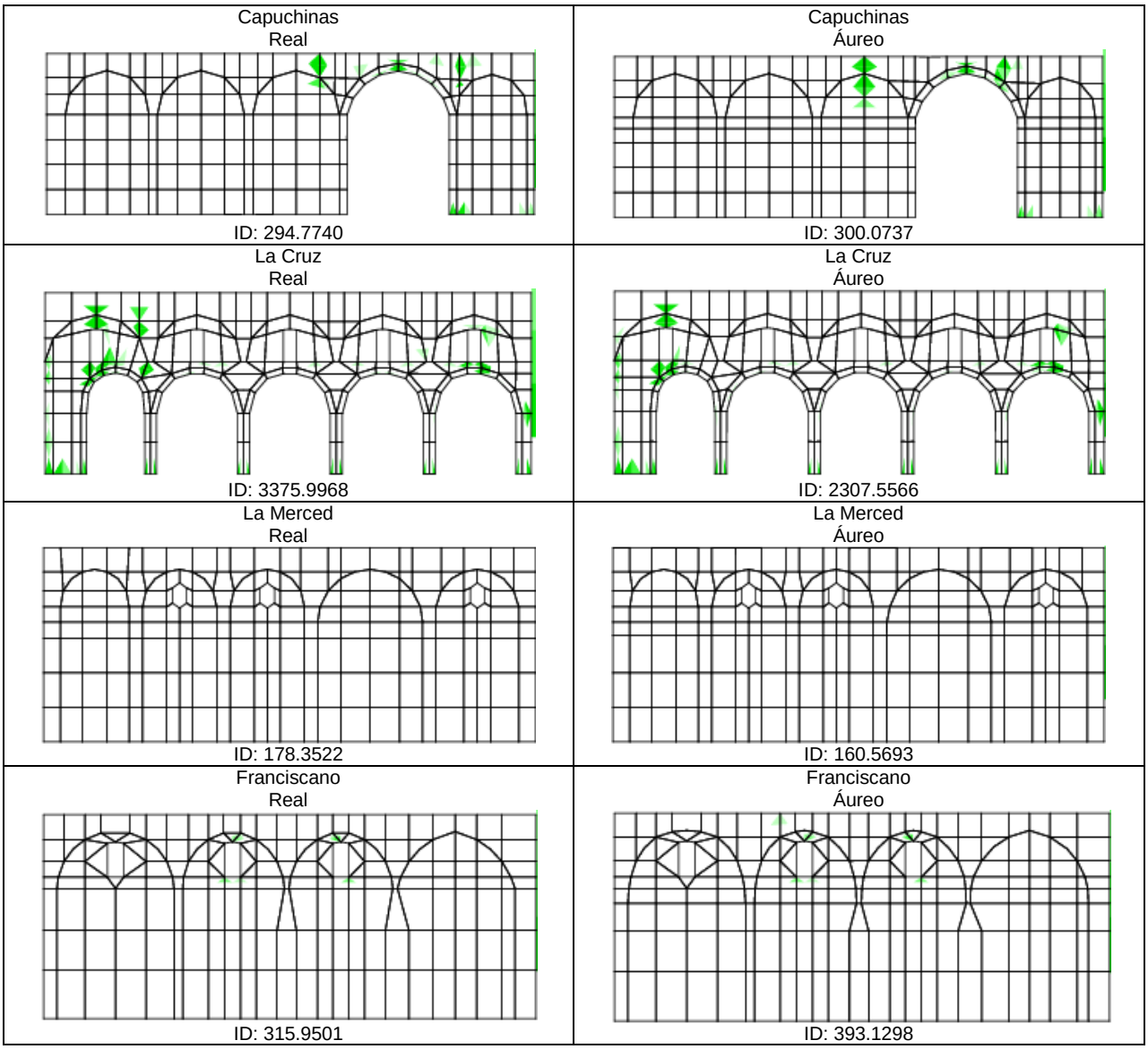


Figura 7. Daños por tensión e índice de daño (ID) en macroelementos longitudinales

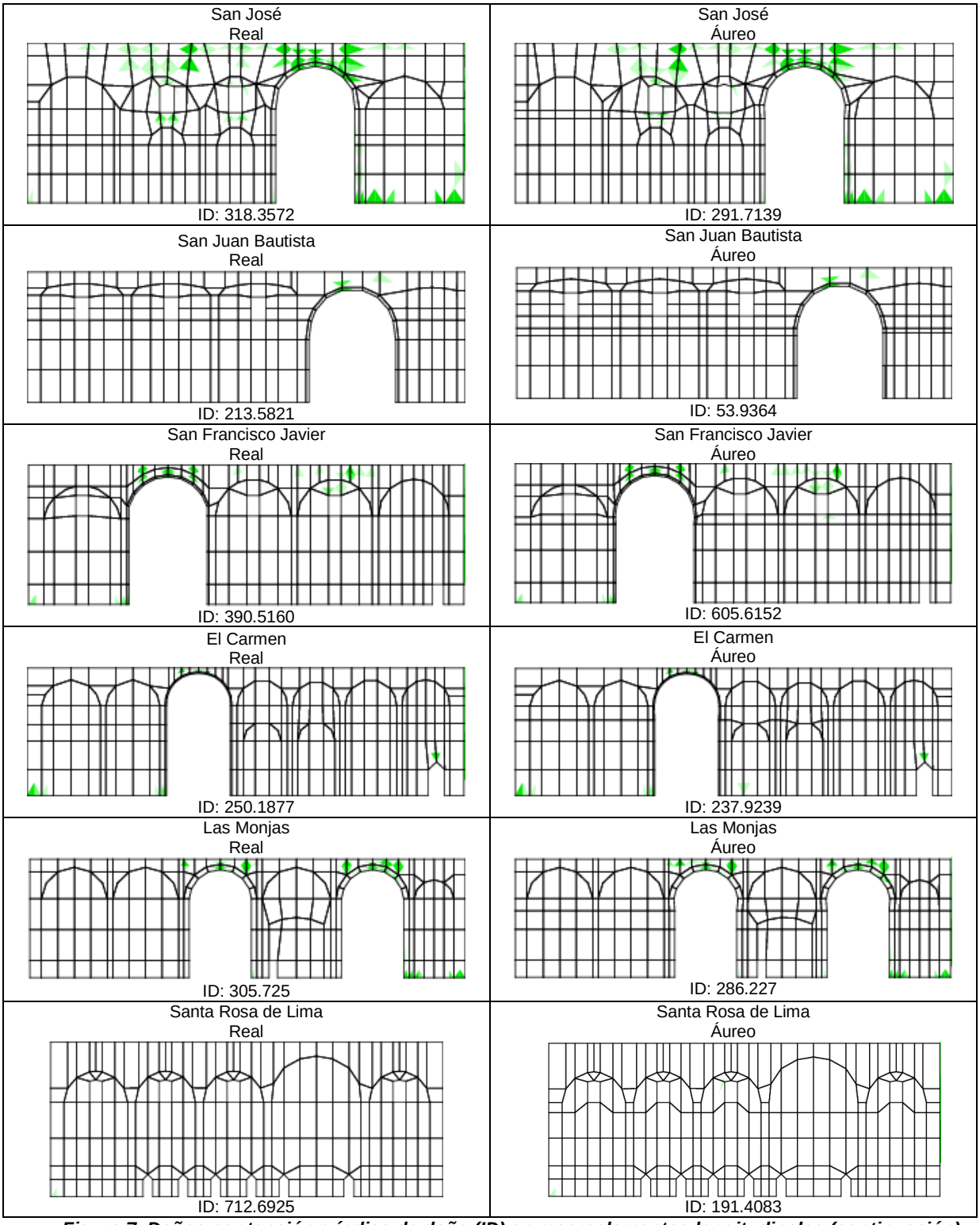


Figura 7. Daños por tensión e índice de daño (ID) en macroelementos longitudinales (continuación)

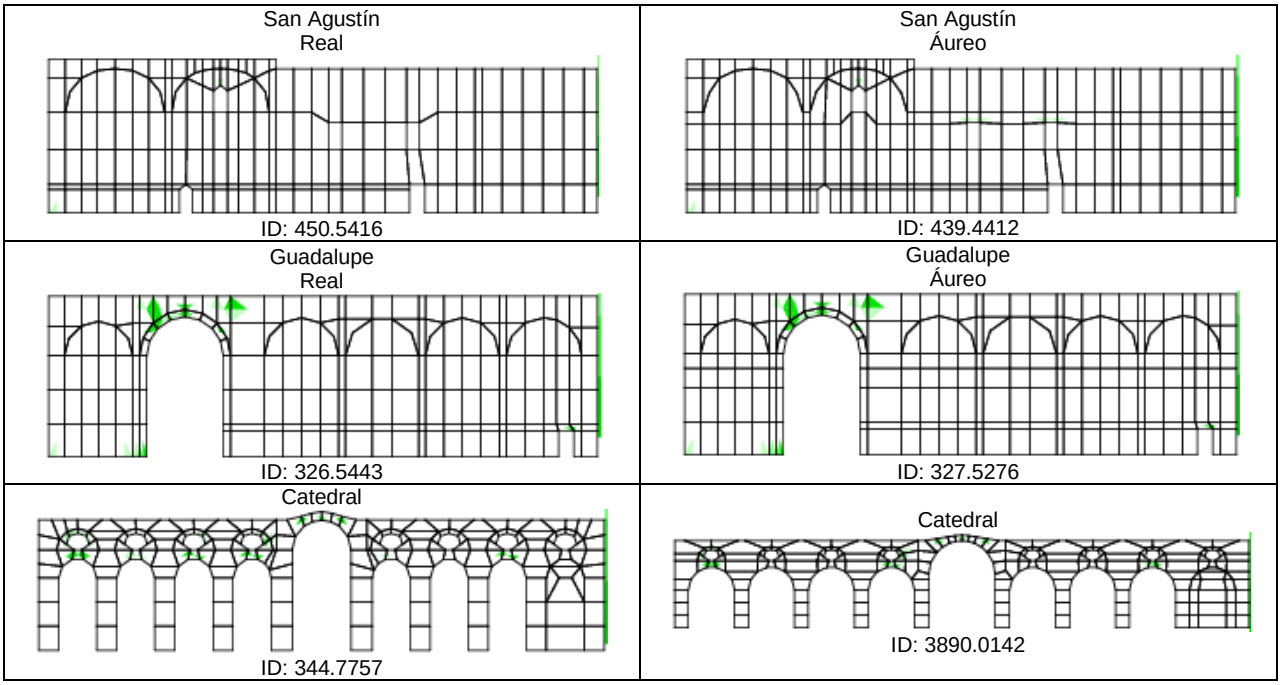


Figura 7. Daños por tensión e índice de daño (ID) en macroelementos longitudinales (continuación)

En las figuras 6 y 7 se muestra el grado de daño producido por esfuerzos de tensión y se puede observar que la mayoría de los macroelementos en estudio sufren daños principalmente en las regiones de los arcos y bóvedas, así como en los apoyos de los muros y contrafuertes. Es importante mencionar que los registros que más dañaron este tipo de edificaciones fueron principalmente el del 15 de julio de 1996 y el del 15 de junio de 1999 registrados en Chilpancingo, Guerrero y Puebla respectivamente.

CONCLUSIONES

- De los resultados anteriores se observa que la proporción divina no resulta satisfactoria para la mayoría de los macroelementos trasversales estudiados, ya que casi el 76.9% de las secciones modificadas tiene un índice de daño mayor al obtenido para las secciones con geometría real.

- Al realizar la comparación de los macroelementos longitudinales se puede ver que las secciones modificadas con la proporción dorada tiene un mejor comportamiento sísmico, ya que solo el 38.5% de los casos áureos tienen un índice de daño mayor al de las secciones reales. También se puede notar en estas secciones que los índices de daño son muy parecidos de una sección con respecto a la otra y lo mismo pasa en los grados daño.

- Comparando los macroelementos de las secciones transversales reales contra los modificados mediante la proporción dorada, se puede ver que presentan índices de daño con poca variación entre ellos, con excepción los templos de San Agustín y el Franciscano de San Buenaventura donde los índices crecen drásticamente, lo cual es atribuible mayormente al reducido espesor de bóveda que presentan, ya que el templo de San José a pesar de que cuenta con características similares de altura, espesores de muros y luces, tiene un espesor de bóveda mucho mayor que los mencionados lo cual se ve reflejado en un índice de daño que se encuentra dentro del rango promedio del conjunto.

- Para los macroelementos de las secciones longitudinales, se observó que las estructuras más vulnerables son las que están formadas por arcadas como es el caso del templo de la Cruz. Así mismo se observaron similares patrones de comportamiento entre los macroelementos reales y los áureos, a excepción de la

Catedral de la Transfiguración, lo cual se explica porque que en esta edificación se implementó la proporción divina longitudinalmente.

- De los resultados obtenidos de los macroelementos transversales podemos concluir que los parámetros geométricos tales como la altura, claro, esbeltez y ancho de bóveda afectan de manera considerable el comportamiento de los edificios, y que la proporción áurea no beneficia el comportamiento sísmico de la mayoría de las edificaciones, sin embargo a una tercera parte de los macroelementos en dirección transversal si los beneficia.

- Finalmente, debido a que en la presente investigación solo se ensayó el efecto de la proporción dorada sobre la flecha y altura total de arcos y bóvedas, se encuentra en proceso el análisis del comportamiento sísmico de los macroelementos aplicando esta proporción sobre el claro y el espesor de muros, incrementando en todos los casos la muestra de edificios estudiada de cara a minimizar las incertidumbres asociadas.

REFERENCIAS

Casolo S. Peña F. (2007), ***"Rigid element model for in-plane dynamics of masonry walls considering hysteretic behavior and dame, Earthquake Engineering and Structural Dynamics"***, *vol 36*, pp 1029-1048.

Doglioni F., Moretti A. y Petrini, (1994), ***"Churches and earthquakes"***, LINT. Trieste (en italiano).

García-Acosta, V., Suárez-Reynoso, G. (1996), ***"Los sismos en la historia de México"***, Vol.1. FCE-CIESAS-UNAM. México.

Park, Y.J., Ang, a H-S. and Wen, Y.K.. (1987),***"Damage-limiting a seismic design of buildings, Earthquake Spectra"***, 3:1, 1-26.

Peña, F. (2010), ***"Programa RIGID v.4.0.1, Manual del usuario, Instituto de Ingeniería"***, UNAM.

AGRADECIMIENTOS

Se agradece el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACyT) el apoyo brindado para la realización de la presente investigación.